

SA-11-4 複数の室内音場伝達関数に共通な極の最小2乗推定について

Least-Squares Estimation of Common Acoustical Poles in Room Transfer Functions

○羽田 陽一 牧野 昭二 金田 豊

Yoichi HANEDA, Shoji MAKINO and Yutaka KANEDA

NTT ヒューマンインタフェース研究所

NTT Human Interface Laboratories

1. はじめに

これまで筆者らは、音場の物理的極が、対象とする室内の全ての伝達関数に対して共通であることに着目し、複数の伝達関数から共通な極を推定して、これを伝達関数のモデル化に用いることを検討してきた。このモデル(共通極・零モデル)は、複数の室内音場伝達関数を表現する場合[1][2]や、頭部伝達関数をモデル化する場合[3]に有効である。

本報告では、複数の室内音場伝達関数に共通な極を、最小2乗法に基づいて推定する方法について述べる。また、推定された極の安定性についても考察を行ない、さらに、推定結果の例を示す。

2. 共通極・零モデル

共通極・零モデルは、室内音場伝達関数の共振周波数とQ値に対応する極(物理的極)が、音源と受音点の位置に依らず一定であるという性質に注目している。今、室内の異なる位置に置かれた複数の、音源と受音点の組を考える。 j 組目の音源と受音点の配置を r_j で表現すると、 r_j の音源と受音点の2点間の伝達関数は、共通極・零モデルを用いて以下の様に表すことができる。

$$\hat{H}(r_j, z) = \frac{C \cdot z^Q \prod_{i=1}^Q (1 - q_i(r_j) z^{-1})}{\prod_{i=1}^P (1 - p_i z^{-1})} = \frac{\sum_{i=0}^Q b_i(r_j) z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^P a_i z^{-i}} \quad (1)$$

$\hat{H}(r_j, z)$: 共通極・零モデルの伝達関数

C: ゲイン定数

$Q = Q_1 + Q_2$: 零点次数 $q_i(r_j)$: 零点 $b_i(r_j)$: MA係数

P: 共通極次数 p_i : 共通極 a_i : 共通AR係数

(1)式から分かるように、共通極 p_i は共通AR係数 a_i を用いて表すことができるため、以下、共通極は共通AR係数として推定する。また、(1)式のインパルス応答 $\hat{h}(r_j, k)$ は、

$$\hat{h}(r_j, k) = - \sum_{i=1}^P a_i \hat{h}(r_j, k-i) + \sum_{i=0}^Q b_i(r_j) \delta(k-i) \quad (2)$$

となる。但し、 $\delta(k)$ はインパルス信号 [$\delta(0)=1, \delta(k)=0 (k \neq 0)$] である。

共通極・零モデルは、通常の極零モデルと異なり、極またはAR係数が音源と受音点の配置 r_j に依存しない点特徴である。音源と受音点の配置による違いは、伝達関数の零点により表現される。

3. 最小2乗法による共通極の推定法

M個のインパルス応答から、それらに共通な極を最小2乗誤差で求めるには、M個のインパルス応答 $h(r_j, k) (j=1, 2, \dots, M)$ と、これに対応する共通極・零モデルのインパルス応答 $\hat{h}(r_j, k)$ との間の2乗誤差の和を最小にすればよい。しかし、一般に、この誤差を最小にする解を見出すのは困難であるため[4]、(2)式右辺の $\hat{h}(r_j, k)$ を $h(r_j, k)$ で置き換えた式誤差、

$$\varepsilon_{eq}(r_j, k) = h(r_j, k) + \sum_{i=1}^P a_i h(r_j, k-i) - \sum_{i=0}^Q b_i(r_j) \delta(k-i)$$

を導入する。今、全ての r_j および k に対する式誤差を行列で表現すると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_M \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_1 & D & 0 & \dots & 0 \\ A_2 & 0 & D & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_M & 0 & 0 & \dots & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b(r_1) \\ b(r_2) \\ \vdots \\ b(r_M) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\text{但し、} \varepsilon_j = \begin{bmatrix} \varepsilon_{eq}(r_j, 0) \\ \varepsilon_{eq}(r_j, 1) \\ \vdots \\ \varepsilon_{eq}(r_j, N+P) \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \vdots \\ -a_P \end{bmatrix}, \quad b(r_j) = \begin{bmatrix} b_0(r_j) \\ b_1(r_j) \\ \vdots \\ b_Q(r_j) \end{bmatrix}$$

$$h_j = \begin{bmatrix} h(r_j, 0) \\ h(r_j, 1) \\ \vdots \\ h(r_j, N) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & & \\ & \ddots & & \\ 0 & 1 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & 0 & & 1 \end{bmatrix} \quad (N+P+1)$$

$$A_j = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ h(r_j, 0) & 0 & \dots & 0 \\ h(r_j, 1) & h(r_j, 0) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h(r_j, P-1) & h(r_j, P-2) & \dots & h(r_j, 0) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h(r_j, N) & h(r_j, 0) & \dots & h(r_j, N-P+1) \\ 0 & h(r_j, N) & \dots & h(r_j, N-P+2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & h(r_j, N) \end{bmatrix}$$

ここで、Nは真のインパルス応答長である。

(3)式を $e = h - Ax$ と表したとき、 e の2乗ノルムを最小にする解は、

$$x = (A^T A)^{-1} A^T h \quad \text{転置} \quad (4)$$

で与えられる[4]。即ち、(4)式を計算すれば、共通AR係数 $a_i (i=1, 2, \dots, P)$ が最小2乗解として求められる。

4. 安定性

安定な極を推定することは極めて重要な問題である。ここでは、零点の次数 Q を 0 とおいて共通極を推定した場合の安定性を証明する。

零点の次数を 0 とした場合、(4)式は

$$\begin{bmatrix} a \\ b_0(r_1) \\ \vdots \\ b_0(r_M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^M A_j^T A_j & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^M A_j^T b_j \\ h(r_1, 0) \\ \vdots \\ h(r_M, 0) \end{bmatrix}$$

となるから、

$$a = \left(\sum_{j=1}^M A_j^T A_j \right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^M A_j^T b_j \right) \quad (5)$$

となる。今、 $\phi_j(k)$, $k=1, 2, \dots, N$ を

$$\phi_j(k) = \sum_{i=0}^{N-k} h(r_j, i) h(r_j, i+k)$$

と定義すれば、(5)式の $A_j^T A_j$ は、

$$A_j^T A_j = \begin{bmatrix} \phi_j(0) & \phi_j(1) & \cdots & \phi_j(P-1) \\ \phi_j(1) & \phi_j(0) & \cdots & \phi_j(P-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_j(P-1) & \phi_j(P-2) & \cdots & \phi_j(0) \end{bmatrix}$$

即ち、正定値の保証されたToeplitz型の相関行列になる。

従って、 $\left(\sum_{j=1}^M A_j^T A_j \right)$ も正定値Toeplitz行列になり、安定な共通AR係数 a が求まる[5]。

零点の次数が 0 以外の場合の証明は今後の課題であるが、これまでの結果では、推定した共通極は安定であった。

5. 推定例

最小 2 乗法に基づいた共通極推定法の有効性を確認するため、推定した共通極を、音場の理論的極と比較した。推定には、鏡像法でシミュレートした複数のインパルス応答を用いた。部屋の形状は直方体(6.7x4.3x3.1m)とした。

図 1 に、推定する極の次数 ($P=60$) がほぼ理論的極の次数(約 60)に等しい場合の推定例を示す。縦軸の r_p は複素極の大きさを表しており、大きいほど Q 値が大きく、 $r_p=1$ は単位円上に対応している。推定に用いたインパルス応答の数は 20 個、有効周波数帯域は 50Hz から 100Hz とした。図 1 から、理論的極と推定した共通極はよく一致している

ことが分かる。

図 2 に、推定する極の次数 ($P=40$) が理論的極の次数(約 100)よりも極めて少ない場合の例を示す。推定に用いたインパルス応答の数は 10 個、有効周波数帯域は 60Hz から 400Hz とした。図 2 では、理論的極のうち、最も高い Q 値を持つ (振幅特性上で最も鋭いピークを持つ) 極のみ $\bigcirc$ 印で表示し、推定結果と比較した。図 2 から推定された極は、 Q 値は低い、最も高い Q 値を持つ極の共振周波数を概ね推定していることが分かる。

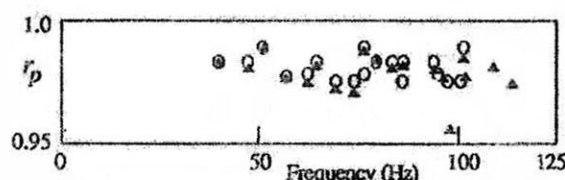


図 1 推定次数が極の理論的度数にほぼ等しい場合の極の推定値と理論的極の比較 ($\bigcirc$: 理論値 $\blacktriangle$: 推定値)

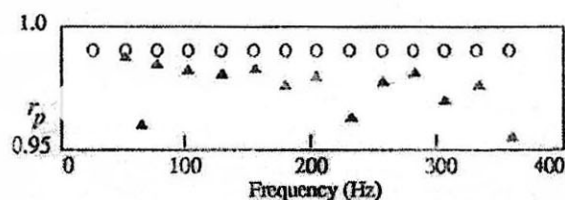


図 2 推定次数が極の理論的度数より極めて少ない場合の極の推定値と理論的極の比較 ($\bigcirc$: 理論値 $\blacktriangle$: 推定値)

6. まとめ

複数の室内音場伝達関数から最小 2 乗法に基づいて共通な極を推定する方法について述べた。また、零点の次数を 0 とした場合について、安定な共通極が推定できることを示した。さらに、鏡像法でシミュレートされたインパルス応答を用いて共通極の推定を行なった結果、(i) 理論的極の次数とほぼ等しい次数で推定を行なった場合には、全ての極を良好に推定できること、(ii) 理論的極の次数より極めて少ない次数で推定を行なった場合には、共通極は、高い Q 値を持つ理論的極の周波数を概ね推定していることが分かった。これにより、最小 2 乗法を用いた共通極の推定法が有効であることを示した。

参考文献

- [1] 羽田、牧野、金田：音講論集，1-7-12，p. 393 (1991.3).
- [2] Y. Haneda, S. Makino and Y. Kaneda, "Modeling a Room Transfer Function using Common Acoustical Poles," in Proc. ICASSP'92, Vol. 2 pp. 289 - 293 (1992.3).
- [3] 羽田、牧野、金田：音講論集，1-8-5，p. 483 (1991.10).
- [4] 中溝："信号解析とシステム同定" (コロナ社).
- [5] 有本："信号・画像のディジタル処理" (産業図書).