1—7—25 エコーキャンセラ用ＥＳ(Exponential Step)アルゴリズムの収束条件について*

○牧野 昭二　　金田 豊
（ＮＴＴ　ヒューマンインタフェース研究所）

1．まえがき

筆者らは、音響エコー経路のインパルス応答の変動量がインパルス応答と同じ減衰率で指数減衰することに着目し、従来の学習同定法の収束速度を２倍以上に改善できるＥＳ（Exponential Step）アルゴリズムを既に提案した[1),2)]。ここでは、入力信号の白色性を仮定し収束条件の証明を行なう。さらに、実用的な条件を考慮した場合の本手法の適用法について考察を行なう。

2．ＥＳアルゴリズムの収束過程の定式化

音響エコーキャンセラの構成を図１に示す。ＥＳアルゴリズムによる適応フィルタ$\hat{\mathbf{h}}(k)$の逐次修正式は

$$\hat{\mathbf{h}}(k+1)=\hat{\mathbf{h}}(k)+\mathbf{A}\frac{e(k)}{\|\mathbf{x}(k)\|^2}\mathbf{x}(k) \quad (1)$$

ただし、

$\mathbf{x}(k)=(x(k), x(k-1),\ldots, x(k-L+1))^T$

$\hat{\mathbf{h}}(k)=(\hat{h}_1(k), \hat{h}_2(k),\ldots,\hat{h}_L(k))^T$

$e(k)=\mathbf{h}^T\mathbf{x}(k)-\hat{\mathbf{h}}(k)^T\mathbf{x}(k)$:推定誤差

$\mathbf{h}=(h_1, h_2,\ldots, h_L)^T$

$\mathbf{A}=\mathrm{diag}[\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_L]$：ステップゲイン行列

k：離散化時刻

L：タップ数

$*^T$：ベクトルの転置

$\|\cdot\|$：ユークリッドノルム

$\alpha_i=\alpha_0\gamma^{i-1}$ $(i=1,2,\ldots,L)$

γ:指数減衰率$(0<\gamma<1)$

と表わされる。ここで、$\hat{\mathbf{h}}(k)$と真のインパルス応答$\mathbf{h}$の誤差$\mathbf{v}(k)$を

$$\mathbf{v}(k)=\mathbf{h}-\hat{\mathbf{h}}(k) \quad (2)$$

とおく。(2)式を(1)式に代入し、$x(k)$の白色性を仮定して両辺のノルムの２乗の$x(k)$に関する期待値をとる。ここで、ベクトル$\mathbf{v}(k)$の第ｉ番目の要素$v_i(k)$の２乗期待値を$b_i(k)^2$と表せば

$$\mathbf{b}(k+1)=\mathbf{Q}\,\mathbf{b}(k) \quad (3)$$

ただし

$\mathbf{b}(k)=(b_1(k)^2, b_2(k)^2,\ldots, b_L(k)^2)^T$

$$(\mathbf{Q})_{ij}=\begin{cases}(1-\{\alpha_i/L\})^2 & (i=j)\\ (\alpha_i/L)^2 & (i\neq j)\end{cases}$$

となる[2)]。

3．収束条件の証明

$\mathbf{Q}$の固有値λ_iが$(-1<\lambda_i<1)$であれば(3)式は収束する。$a_i=\alpha_i/L>0$とおいて次の行列式を考える。

$$|\mathbf{I}-\mathbf{Q}|=\begin{vmatrix}2a_1-a_1^2 & -a_1^2 & \cdots & -a_1^2\\ -a_2^2 & 2a_2-a_2^2 & \cdots & -a_2^2\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ -a_L^2 & -a_L^2 & \cdots & 2a_L-a_L^2\end{vmatrix}$$

$$=2^{L-1}a_1a_2\cdots a_L\left(2-\sum_{i=1}^{L}a_i\right) \quad (4)$$

もし

$$2-\sum_{i=1}^{L}a_i>0 \quad (5)$$

であれば、$(\mathbf{I}-\mathbf{Q})$のPrincipal minorが

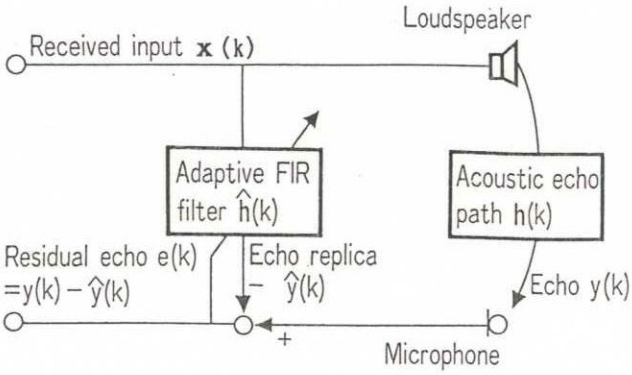

Fig. 1 Configuration of an acoustic echo canceller.

* Convergence Condition of the ES (Exponential Step) Algorithm for an Echo Canceller. By Shoji Makino and Yutaka Kaneda (NTT Human Interface Laboratories)

すべて正となり、($\mathbf{I}-\mathbf{Q}$)の固有値はすべて正となる[3]。すなわち、$\mathbf{Q}$の固有値λ_iは

$$\lambda_i < 1 \qquad (i=1,2,\ldots,L) \qquad (6)$$

となる。一方、$\mathbf{Q}$の要素$(\mathbf{Q})_{ij}$はすべて正($\mathbf{Q}$は非負行列)であるからペロン・フロベニウスの定理[4]により

$$-1 < \lambda_i < 1 \qquad (7)$$

となる。(5)式を書き直せば

$$0 < \overline{\alpha} = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}\alpha_i < 2 \qquad (8)$$

が本アルゴリズム収束のための必要十分条件である。

4．実用的な修正

入力信号が音声信号である場合には白色性の仮定が満足されないため、(8)式の収束条件は成立しない。そこで、実用性を考慮した音響エコーキャンセラにおいては、収束を保証するためにより強い十分条件として

$$0 < \alpha_i < 2 \qquad (i=1,2,\ldots,L) \qquad (9)$$

を採用する。

また、エコーキャンセラを複数のＤＳＰチップで構成する場合には、図２に示すように指数減衰曲線を階段状に近似し、各チップ毎に一定のα_iを設定する。これにより、従来法と同等の演算量と記憶容量で本手法を実現することができる[2]。

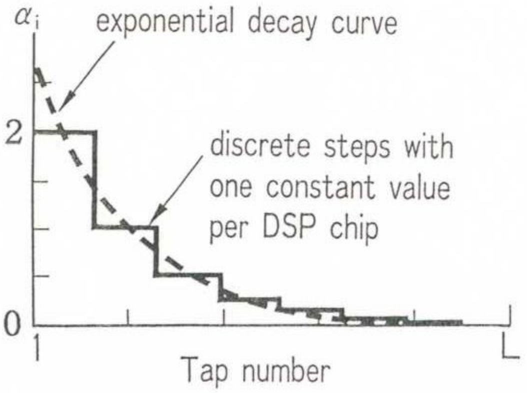

Fig. 2 Step gain element α_i of matrix A when α_i is set in discrete steps with one constant value per DSP chip.

5．修正手法の計算機シミュレーション

実測したインパルス応答(３８４０タップ、サンプリング周波数 f_s=８kHz)を用いて計算機シミュレーションを行なった。受話入力には白色信号を用い、エコー信号にはＳ／Ｎ比=３０dBとなるように近端雑音を加えた。エコー消去量(ERLE)の収束特性を図３に示す。実線は前節で述べた実用的な修正を加えた場合($\overline{\alpha}$=0.45)、破線は修正を加えない場合($\overline{\alpha}$=１)、一点破線は従来の学習同定法を用いた場合(α=１)である。図３より、従来の学習同定法(ＮＬＭＳ)と比べた時の収束速度の向上は、実用的な修正を加えてもほぼ変化がないことがわかる。(詳細にこの２つを比較すれば、実用的な修正を加えると初期の収束速度は低下するが定常消去量は増加することが分かる。これは$\overline{\alpha}$が小さくなることによる収束速度と定常消去量のトレードオフの関係[1]のためである。)

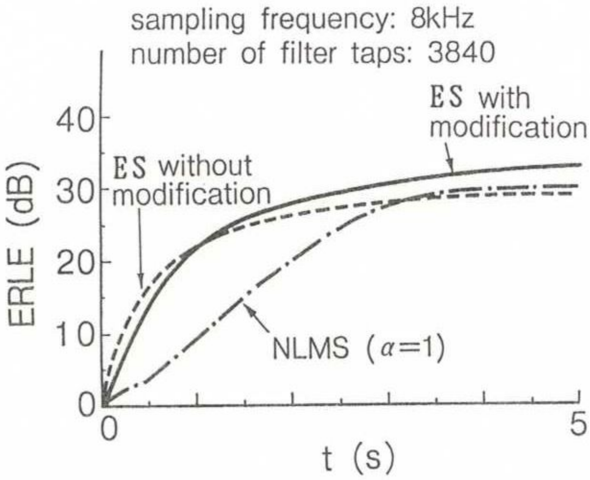

Fig. 3 Convergence of the ES algorithm with and without the practical modification.

6．あとがき

白色信号入力を用いた理論的解析結果として、ＥＳ(Exponential Step)アルゴリズムの収束条件は$0<\overline{\alpha}<2$であることを証明した。また実用的観点から指数関数を階段状に近似し、α_iを収束の十分条件である$0<\alpha_i<2$と設定することを提案し、このような変更を行なっても収束速度に大きな変化はないことを計算機シミュレーションにより示した。

文献

(1)牧野，小泉，音講論，pp.517，(1989，10).

(2)S.Makino，Y.Kaneda，ICASSP90，PP.1133-1136.

(3)戸川隼人，マトリクスの数値計算，オーム社.

(4)伊藤昇，他，行列とその応用，紀伊國屋書店.