

“ES family” アルゴリズムと 従来の適応アルゴリズムの関係について

牧野 昭二

NTT ヒューマンインタフェース研究所

〒180 東京都武蔵野市緑町 3-9-11

Tel: 0422 59 3992, Fax: 0422 60 7811

E-mail: makino@splab.hil.ntt.jp

あらまし 本論文では、入力信号白色化という観点から従来の適応アルゴリズムを分類した。そして、“ES family” アルゴリズムと従来の適応アルゴリズムの関係について整理した。“ES family” アルゴリズムは、従来の適応アルゴリズムに、推定すべき未知系（音響エコー経路）のインパルス応答が指数減衰し、これらのインパルス応答の変化分もまた同じ減衰率で指数減衰するという知見を反映させたものである。そして、NLMS アルゴリズム、ES-NLMS アルゴリズム、射影アルゴリズム、ES 射影アルゴリズムおよび RLS アルゴリズムが、ES-RLS アルゴリズムを簡略化したものであるともみなすことができることを示した。

キーワード デジタル信号処理, 適応フィルタ, 適応アルゴリズム, エコーキャンセラ, 音響.

Relationship between the “ES family” Algorithms and Conventional Adaptive Algorithms

Shoji Makino

NTT Human Interface Laboratories

3-9-11, Midori-cho, Musashino-shi, Tokyo, 180 Japan

Tel: +81 422 59 3992, Fax: +81 422 60 7811

E-mail: makino@splab.hil.ntt.jp

Abstract We classify the conventional adaptive algorithms for acoustic echo cancellation on the basis of how well they whiten the received input signal. We also study the relationship between the conventional algorithms and the “ES family” algorithms, which were derived from the conventional ones by incorporating the knowledge that the expected variation in a room impulse response, which is normally treated as unknown in acoustic echo cancellation, decreases exponentially at the same exponential ratio that the impulse response does. We show that the NLMS, ES-NLMS, projection, ES-projection, and RLS algorithms are simplified versions of the ES-RLS algorithm.

key words Digital signal processing, Adaptive filter, Adaptive algorithm, Echo canceller, Acoustics.

1. まえがき

テレビ会議システムをはじめとした拡声通話系（スピーカとマイクロホンにより通話を行なうシステム）において、ハウリングやエコーを防止し自然な通話を実現するために、音響エコーキャンセラの利用が進められている。

音響エコーキャンセラに適用できる適応アルゴリズムとして、多くのアルゴリズムが提案されている。LMS (Least-mean-squares) アルゴリズム, NLMS (normalized LMS: 学習同定法) アルゴリズム [1] は安定で演算量が少ないため、商用の音響エコーキャンセラに広く用いられている。しかし、音声入力に対する収束速度が遅いという欠点がある。(アフィン) 射影アルゴリズム [2] は、入力信号を白色化することにより、音声入力に対する収束速度を、NLMS アルゴリズムに比べて約 2 倍に改善することができる [3]。RLS (recursive least-squares: 逐次最小 2 乗法) アルゴリズム [4] は、収束特性が入力信号の性質に依存せず、現在知られている適応アルゴリズムの中で収束速度が最も速い。

筆者らは先に、音響エコーキャンセラが推定すべき未知系（音響エコー経路のインパルス応答）の変動特性を明らかにした [5]。それは、インパルス応答は指数減衰し、これらのインパルス応答の変化分もまた同じ減衰率で指数減衰するというものである。そして、この特性を NLMS アルゴリズム、射影アルゴリズム、および RLS アルゴリズムに反映させて、ES-NLMS (exponentially weighted stepsize NLMS) アルゴリズム [5]、ES 射影 (exponentially weighted stepsize projection) アルゴリズム [6]、および ES-RLS (exponentially weighted stepsize RLS) アルゴリズム [7] を提案した。

その基本的考え方は、従来の適応アルゴリズムではスカラー量として扱われてきたステップサイズパラメータを、対角要素が指数減衰する対角行列に置き換えて、誤差の大きな係数は大きなステップで、誤差の小さな係数は小さなステップで修正するというものである。対角要素は時不変で、インパルス応答と同じ減衰率で指数減衰するように設定されている。ES-NLMS アルゴリズム、ES 射影アルゴリズム、および ES-RLS アルゴリズムにより、従来の NLMS アルゴリズム、ES 射影アルゴリズム、および RLS アルゴリズムの収束速度を、それぞれ、約 2 倍に改善することができた。

本論文では、入力信号白色化という観点から従来の適応アルゴリズムを分類し、“ES family” アルゴリズムおよび従来の適応アルゴリズムの関係について整理する。そして、ES-RLS アルゴリズムが、NLMS アルゴリズム、ES-NLMS アルゴリズム、射影アルゴリズム、ES 射影アルゴリズム、RLS アルゴリズムを包含する適応アルゴリズムであることを示す。

2. 音響エコーキャンセラと従来の適応アルゴリズム

2.1 音響エコーキャンセラ

音響エコーキャンセラの構成を図 1 に示す。音響エコーキャンセラは、音響エコー経路の伝達特性、すなわち、スピーカ・マイクロホン間のインパルス応答 $h(k)$ を推定し

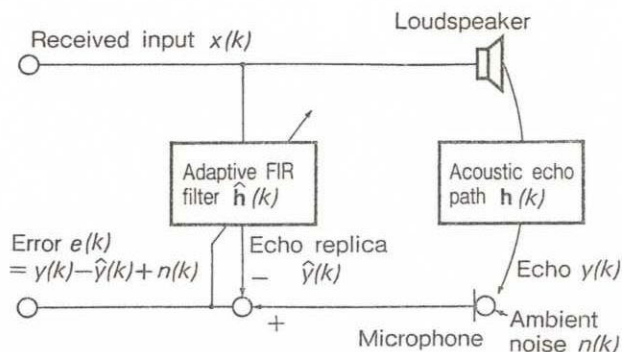


図 1: Configuration of an acoustic echo canceller.

て、擬似エコー $\hat{y}(k)$ を作成し、真のエコー $y(k)$ から差し引いて消去するものである。ただし、 $h(k)$ は、時間 k におけるインパルス応答 $h_1(k), h_2(k), h_3(k), \dots$ を要素としたベクトル $[h_1(k), h_2(k), h_3(k), \dots]^T$ である。 T はベクトルの転置を表す。インパルス応答 $h(k)$ は、人の移動や周囲環境の変化に伴って変化するために、 $h(k)$ の推定には適応フィルタが使用される。通常、適応フィルタとしては、安定な実時間動作が可能である、多くの適応アルゴリズムが利用できる、などの理由から、FIR フィルタが用いられている。音響エコーキャンセラを FIR フィルタで構成する場合には、そのフィルタ係数 $\hat{h}(k)$ は、音響エコー経路のインパルス応答 $h(k)$ を直接模擬したものとなっている。

図 1 において、擬似エコー $\hat{y}(k)$ は真のエコー $y(k)$ から差し引かれ、誤差 $e(k) = y(k) - \hat{y}(k) + n(k)$ が生成される。ここで、 $n(k)$ は周囲騒音である。適応フィルタは、誤差のパワーが小さくなるように、サンプリングごとに係数 $\hat{h}(k)$ を逐次修正する。係数の修正を行なう適応アルゴリズムには、実時間動作、速い収束速度、高い定常エコー消去量が要求される。

2.2 従来の適応アルゴリズム

従来の適応アルゴリズムは、フィルタ係数ベクトル $\hat{h}(k+1) = [\hat{h}_1(k+1), \hat{h}_2(k+1), \dots, \hat{h}_L(k+1)]^T$ を求めるために、どの程度までさかのぼって過去の入力信号ベクトル $\mathbf{x}(i) = [x(i), x(i-1), \dots, x(i-L+1)]^T$ と出力 $y(i)$ の関係 ($i = 0, \dots, k$) を利用するかという点から分類できる。

$$\hat{h}(k+1)^T \mathbf{x}(k) = y(k) \quad (1)$$

$$\hat{h}(k+1)^T \mathbf{x}(k-1) = y(k-1) \quad (2)$$

$$\hat{h}(k+1)^T \mathbf{x}(k-p+1) = y(k-p+1) \quad (3)$$

$$\hat{h}(k+1)^T \mathbf{x}(0) = y(0). \quad (4)$$

式 (1) は、 $\mathbf{x}(k)$ を入力した時、係数 $\hat{h}(k+1)$ を持つフィルタは正しい出力 $y(k)$ を出力するという関係を表しており、式 (2)~(4) についても同様である。

(a) NLMS アルゴリズム

式 (1) のみを満足するような係数 $\hat{h}(k+1)$ を求める手法が、NLMS (normalized least-mean-squares) アルゴリズム (学習同定法) である [1]。

未知数が L 個であるのに対して、満たすべき方程式の数は 1 個であるため、連立一次方程式は不定であり、その解は無数に存在する。そこで、NLMS アルゴリズムでは、式 (1) を満たす解のなかで、修正量の大きさが最小になるものを選び出す。

NLMS アルゴリズムは、フィルタ係数ベクトル $\hat{\mathbf{h}}(k)$ を次のように修正する。

$$\hat{\mathbf{h}}(k+1) = \hat{\mathbf{h}}(k) + \alpha \frac{e(k)}{\delta + \mathbf{x}(k)^T \mathbf{x}(k)} \mathbf{x}(k) \quad (5)$$

$$e(k) = y(k) - \hat{\mathbf{h}}(k)^T \mathbf{x}(k) + n(k), \quad (6)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}}(k) &= [\hat{h}_1(k), \hat{h}_2(k), \dots, \hat{h}_L(k)]^T, \\ \hat{h}_i(k) (i=1, \dots, L) &: \text{FIR フィルタ係数}, \\ \mathbf{x}(k) &= [x(k), x(k-1), \dots, x(k-L+1)]^T \\ &: \text{入力信号ベクトル}, \\ \alpha &: \text{スカラー・ステップサイズ } (0 < \alpha < 2), \\ \delta &: \text{小さな正の定数}. \end{aligned}$$

フィルタ係数ベクトル $\hat{\mathbf{h}}(k)$ は、入力信号ベクトル $\mathbf{x}(k)$ の方向にのみ修正される。したがって、入力信号が音声のように有色で、隣合う入力信号ベクトル $\mathbf{x}(k)$, $\mathbf{x}(k-1)$ の相関が大きい場合には、 $\hat{\mathbf{h}}(k)$ はほとんど修正されない。その結果、音声入力に対しては、白色雑音入力のとくに比べて約 5 倍程度収束速度が遅くなる。

(b) (アフィン) 射影アルゴリズム

式 (1)~(3) ($p < L$) を満足するような係数 $\hat{\mathbf{h}}(k+1)$ を求める手法が、 p 次の (アフィン) 射影アルゴリズムである [2]。

未知数が L 個であるのに対して、満たすべき方程式の数は p 個であるため、連立一次方程式は不定であり、その解は無数に存在する。そこで、射影アルゴリズムでは、式 (1)~(3) を満たす解のなかで、修正量の大きさが最小になるものを選び出す。

p 次の射影アルゴリズムは、フィルタ係数ベクトル $\hat{\mathbf{h}}(k)$ を次のように修正する。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}}(k+1) &= \hat{\mathbf{h}}(k) + \alpha \mathbf{X}(k) [\mathbf{X}(k)^T \mathbf{X}(k) + \delta \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{e}(k) \\ &= \hat{\mathbf{h}}(k) + \alpha [\beta_1(k) \mathbf{x}(k) + \beta_2(k) \mathbf{x}(k-1) \\ &\quad + \dots + \beta_p(k) \mathbf{x}(k-p+1)] \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \beta(k) &= [\beta_1(k), \beta_2(k), \dots, \beta_p(k)]^T \\ &= [\mathbf{X}(k)^T \mathbf{X}(k) + \delta \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{e}(k) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\mathbf{X}(k) = [\mathbf{x}(k), \mathbf{x}(k-1), \dots, \mathbf{x}(k-p+1)] \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k) &= y(k) - \mathbf{X}(k)^T \hat{\mathbf{h}}(k) + n(k) \\ &= [e(k), (1-\alpha)e(k-1), \dots, (1-\alpha)^{p-1}e(k-p+1)]^T \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{ただし, } y(k) = [y(k), y(k-1), \dots, y(k-p+1)]^T \quad (11)$$

$$n(k) = [n(k), n(k-1), \dots, n(k-p+1)]^T. \quad (12)$$

射影アルゴリズムでは、フィルタ係数ベクトル $\hat{\mathbf{h}}(k)$ は、 $\mathbf{x}(k)$, $\mathbf{x}(k-1)$, $\dots$, $\mathbf{x}(k-p+1)$ で張られる平面上

の方向へ修正される。これは言い換えれば、射影の次数 p に応じて入力信号を白色化していることに相当する。

その結果、隣合う入力信号ベクトル $\mathbf{x}(k)$, $\mathbf{x}(k-1)$, $\dots$, $\mathbf{x}(k-p+1)$ の相関が大きい有色信号に対して、収束速度を改善することができる。2 次の射影アルゴリズムにより、音声入力に対する収束速度を NLMS アルゴリズムに比べて約 2 倍に改善できる。一般に射影アルゴリズムの次数が高くなるほど、収束速度が速くなるが、演算量も増加する。演算量を削減するために高速算法を導入することにより、約 $2L+20p$ の演算量で本手法を実現できる [8]-[10]。

(c) RLS アルゴリズム

過去の全入出力関係式 (1)~(4) を、最小 2 乗誤差で近似するような係数 $\hat{\mathbf{h}}(k+1)$ を求める手法が、RLS (recursive least-squares) アルゴリズム (逐次最小 2 乗法) である [4]。

式 (1)~(4) に示した方程式の数は、時間の経過と共に増加し、時刻 k においてその数は $k+1$ になる。 $L \leq k$ となった時には、方程式の数が未知数の数より多い関係式になるので、連立一次方程式は不能となり、式 (1)~(4) のすべての関係を満足する $\hat{\mathbf{h}}(k+1)$ は存在しない。そこで、この場合には、式 (1)~(4) の左辺と右辺の差の 2 乗和を最小にする $\hat{\mathbf{h}}(k+1)$ を求めることになる。

式 (1)~(4) から分かるように、時刻が 1 つ進むと、最新の入出力関係式が 1 つ追加されるだけである。RLS アルゴリズムは、この特徴を利用し、逆行列演算を行わずに $\hat{\mathbf{h}}(k+1)$ を計算することを可能にした適応アルゴリズムである。

RLS アルゴリズムの修正式は、次のように表される。

$$\hat{\mathbf{h}}(k+1) = \hat{\mathbf{h}}(k) + \mathbf{k}(k)e(k) \quad (13)$$

$$\mathbf{k}(k) = \frac{\nu^{-1} \mathbf{P}(k) \mathbf{x}(k)}{1 + \nu^{-1} \mathbf{x}(k)^T \mathbf{P}(k) \mathbf{x}(k)} \quad (14)$$

$$\mathbf{P}(k+1) = \nu^{-1} \mathbf{P}(k) - \nu^{-1} \mathbf{k}(k) \mathbf{x}(k)^T \mathbf{P}(k) \quad (15)$$

$$e(k) = y(k) - \hat{\mathbf{h}}(k)^T \mathbf{x}(k) + n(k), \quad (16)$$

ただし、

$\mathbf{k}(k)$: L 次元ゲインベクトル,

$\mathbf{P}(k)$: $L \times L$ 行列,

ν : 忘却係数 ($0 < \nu < 1$)。

RLS アルゴリズムでは、入力信号は完全に白色化されている。そのため、RLS アルゴリズムは、収束特性が入力信号の性質に依存せず、全ての入力信号に対して白色雑音と同程度の早い収束速度を持つ。一方、RLS アルゴリズムは演算量が多く、 $O(L^2)$ の積和演算を必要とする。しかし、現在、演算量低減化の研究 [11][12] が盛んに進められており、将来の音響エコーキャンセラ用の適応アルゴリズムとして期待されている。

3. “ES FAMILY” アルゴリズム

3.1 音響エコー経路の変動特性

従来の適応アルゴリズムは、推定すべき未知系 (音響エコー経路のインパルス応答) の特性には特別な仮定を置いて

いない。しかし、音響エコー経路のインパルス応答の性質を反映させた適応アルゴリズムが得られれば、収束特性を向上させることが期待できる。

音響エコー経路のインパルス応答は、インパルス応答波形の微細構造は異なっているものの、必ず、時間の経過とともに指数的に減衰してゆく。さらに重要なことに、人や物が移動したり室内の温度が変化した場合のインパルス応答の変化分もまた、インパルス応答と同じ減衰率で指数減衰する。この指数減衰率は、同一室内のインパルス応答に対しては同じであり、室内の音響条件(部屋の寸法や吸音率、残響時間)によって決まる値である。したがって、同一室内のインパルス応答であれば時間、場所によらず一定値となる。従って指数減衰率は、室内の音響条件から求めるか、あるいはインパルス応答を1回測定することにより求めることができる。

3.2 ES-NLMS (Exponentially weighted stepsize NLMS) アルゴリズム

インパルス応答の変動量が指数減衰するため、係数誤差ベクトル(インパルス応答の推定誤差)の期待値は、インパルス応答と同じ減衰率で指数減衰する。この性質を従来のNLMSアルゴリズムに取り入れて、誤差の大きな係数は大きなステップで、誤差の小さな係数は小さなステップで修正することを考える。このために、ステップサイズ行列 A (対角行列) を導入する。

ES-NLMS (exponentially weighted stepsize NLMS) アルゴリズムは、次のように表わされる [5]。

$$\hat{\mathbf{h}}(k+1) = \hat{\mathbf{h}}(k) + \mu \mathbf{A} \frac{e(k)}{\delta + \mathbf{x}(k)^T \mathbf{A} \mathbf{x}(k)} \mathbf{x}(k), \quad (17)$$

ただし、

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & & & 0 \\ & \alpha_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \alpha_L \end{pmatrix} \quad (18)$$

また、

$$\begin{aligned} \mu &: \text{スカラー・ステップサイズ } (0 < \mu < 2), \\ \alpha_i &= \alpha_0 \gamma^{i-1} \quad (i = 1, \dots, L), \\ \gamma &: \text{音響エコー経路のインパルス応答の} \\ &\quad \text{指数減衰率 } (0 < \gamma \leq 1). \end{aligned}$$

対角要素 α_i は時不変で、 α_1 から α_L までインパルス応答 $\mathbf{h}(k)$ と同じ減衰率 γ で指数減衰するように設定されている。

複数の DSP(digital signal processor) チップを用いて構成する実際のシステムにおいては、指数減衰曲線を階段状に近似し、ステップサイズを各 DSP チップごとに一つの定数として与える。これにより、従来の NLMS アルゴリズムと同等 ($2L$) の演算量と記憶容量で本手法を実現できる。

ES-NLMS アルゴリズムにより、従来の NLMS アルゴリズムに比べて収束速度を約2倍に改善できる。NLMS アルゴリズムと同様に、フィルタ係数ベクトル $\hat{\mathbf{h}}(k)$ は入力信号ベクトル $\mathbf{x}(k)$ の方向にのみ修正される。したがって、

ES-NLMS アルゴリズムにおいても入力信号が音声のような有色信号である場合には、白色雑音入力のとくに比べて約5倍程度収束速度が遅くなる。

3.3 ES 射影 (Exponentially weighted stepsize projection) アルゴリズム

ES 射影アルゴリズムは、音響エコー経路のインパルス応答の変動特性を活用し、入力信号を白色化している。2次のES射影アルゴリズムにより、音声入力に対する収束速度を、NLMS アルゴリズムに比べて約4倍にできる。 p 次のES射影アルゴリズムは、次のように表わされる [6]。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}}(k+1) &= \hat{\mathbf{h}}(k) + \mu \mathbf{A} \mathbf{X}(k) [\mathbf{X}(k)^T \mathbf{A} \mathbf{X}(k) + \delta \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{e}(k) \\ &= \hat{\mathbf{h}}(k) + \mu \mathbf{A} [\beta_1(k) \mathbf{x}(k) + \beta_2(k) \mathbf{x}(k-1) \\ &\quad + \dots + \beta_p(k) \mathbf{x}(k-p+1)] \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \beta(k) &= [\beta_1(k), \beta_2(k), \dots, \beta_p(k)]^T \\ &= [\mathbf{X}(k)^T \mathbf{A} \mathbf{X}(k) + \delta \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{e}(k) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k) &= \mathbf{y}(k) - \mathbf{X}(k)^T \hat{\mathbf{h}}(k) + \mathbf{n}(k) \\ &= [e(k), (1-\mu)e(k-1), \dots, (1-\mu)^{p-1}e(k-p+1)]^T. \end{aligned} \quad (21)$$

ES 射影アルゴリズムの演算量は、中間変数 $\mathbf{z}(k)$ を導入することにより、次のように削減できる。

$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{z}(k) + \mu \mathbf{A} [\beta_1(k-p+1) + \dots + \beta_p(k)] \mathbf{x}(k-p+1) \quad (22)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{z}(k)^T \mathbf{x}(k) + \mu \mathbf{r}(k)^T \mathbf{s}(k-1) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(k) &= [\mathbf{x}(k)^T \mathbf{A} \mathbf{x}(k-1), \mathbf{x}(k)^T \mathbf{A} \mathbf{x}(k-2), \\ &\quad \dots, \mathbf{x}(k)^T \mathbf{A} \mathbf{x}(k-p+1)]^T \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(k-1) &= \begin{pmatrix} \beta_1(k-1) \\ \beta_2(k-1) + \beta_1(k-2) \\ \vdots \\ \beta_{p-1}(k-1) + \beta_{p-2}(k-2) + \dots + \beta_1(k-p+1) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (25)$$

中間変数 $\mathbf{z}(k)$ は、フィルタ係数ベクトル $\hat{\mathbf{h}}(k)$ と次のように関係付けられている。

$$\mathbf{z}(k) = \hat{\mathbf{h}}(k) - \mu \mathbf{A} [\mathbf{x}(k-1), \mathbf{x}(k-2), \dots, \mathbf{x}(k-p+1)] \mathbf{s}(k-1). \quad (26)$$

文献 [8]-[10] と同様の手法を導入することにより、さらに演算量を削減することができる。

ES 射影アルゴリズムは、商用の音響エコーキャンセラに用いられ [13]、自然な拡声通話の実現に役立っている。

3.4 ES-RLS (Exponentially weighted stepsize RLS) アルゴリズム

音響エコー経路のインパルス応答の変動特性を RLS アルゴリズムに反映させたものが ES-RLS アルゴリズムである [7]。ES-RLS アルゴリズムでは、インパルス応答の変動の期待値を表わすステップサイズ行列 $\mathbf{A}$ (対角行列) を行列 $\mathbf{P}_{ES}(k)$ に加算する。

$$\hat{\mathbf{h}}(k+1) = \hat{\mathbf{h}}(k) + \mathbf{k}(k) \mathbf{e}(k) \quad (27)$$

$$\mathbf{k}(k) = \frac{\mathbf{P}_{ES}(k)\mathbf{x}(k)}{1 + \mathbf{x}(k)^T \mathbf{P}_{ES}(k)\mathbf{x}(k)} \quad (28)$$

$$\mathbf{P}_{ES}(k+1) = \mathbf{P}_{ES}(k) - \mathbf{k}(k)\mathbf{x}(k)^T \mathbf{P}_{ES}(k) + \frac{\mathbf{A}}{R} \quad (29)$$

$$e(k) = y(k) - \hat{\mathbf{h}}(k)^T \mathbf{x}(k) + n(k), \quad (30)$$

ただし,

$\mathbf{P}_{ES}(k)$: $L \times L$ 行列,
 R : 周囲騒音 $n(k)$ のパワー.

行列 $\mathbf{A}$ の要素 $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_L]$ はステップサイズではないが, 以下に述べるように, この要素がステップサイズと同様の働きをすること, および, ES-NLMS アルゴリズムおよび ES 射影アルゴリズムとの関係から, 便宜上, $\mathbf{A}$ をステップサイズ行列と呼ぶことにする.

一方, ステップサイズは忘却係数と関係付けられることが知られている [14]. 実際, $\mathbf{A}/R$ の値が $\mathbf{P}_{ES}(k)$ に比べて大きい場合には, 式 (29) より, $\mathbf{P}_{ES}(k+1)$ に占める $\mathbf{P}_{ES}(k)$ の割合が小さくなる. 言い替えると, 過去の情報を忘却する速度が速くなる. したがって, 行列 $\mathbf{A}$ の要素の大きさ $\bar{\alpha} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \alpha_i$ は, 従来の RLS アルゴリズムにおける忘却係数 ν と同様の役割を果たすことになる.

式 (29) では, 常時, 時不変の $\mathbf{A}/R$ が加算されている. 言い替えれば, 行列 $\mathbf{P}_{ES}(k)$ の対角成分には, 常に, 音響エコー経路のインパルス応答と同じ減衰率で指数減衰するバイアスを加えられていることになる. その結果, 式 (28) では, ゲインベクトル $\mathbf{k}(k)$ が指数減衰することになり, 式 (27) では, フィルタ係数ベクトル $\hat{\mathbf{h}}(k)$ が, 指数減衰する修正ベクトルで修正されることになる. 結局, 本手法により, 誤差の大きな係数は大きなステップで, 誤差の小さな係数は小さなステップで修正されることになる.

4. 従来の適応アルゴリズムとの関係

NLMS アルゴリズム, 射影アルゴリズム, RLS アルゴリズムは, $\mu = 1$ のとき, 次のように一般化することができる [15].

$$\hat{\mathbf{h}}(k+1) = \hat{\mathbf{h}}(k) + [\mathbf{X}(k)^T]^+ \mathbf{e}(k), \quad (31)$$

ただし,

$+$: 一般化逆行列.

これらの 3 つの適応アルゴリズムにおける唯一の違いは, 行列 $\mathbf{X}(k)$ の列の数とベクトル $\mathbf{e}(k)$ の要素の数にある.

$\mathbf{A} = 0$ のときには, ES-RLS アルゴリズム (27)~(30) は, 従来の RLS アルゴリズム, 式 (13)~(16) において, 忘却係数 ν を 1 と置いた場合と一致する.

次に, ES 射影アルゴリズム (19)~(21) について, 簡単のために $p = 3$, $\mu = 1$, $\delta = 0$ の場合について考察する. 式 (20) を解けば,

$$\beta_1(k) = \frac{e(k)}{\det[\mathbf{X}(k)^T \mathbf{A} \mathbf{X}(k)]} (r_{11}r_{22} - r_{12}r_{12}) \quad (32)$$

$$\beta_2(k) = \frac{e(k)}{\det[\mathbf{X}(k)^T \mathbf{A} \mathbf{X}(k)]} (r_{12}r_{20} - r_{22}r_{10}) \quad (33)$$

$$\beta_3(k) = \frac{e(k)}{\det[\mathbf{X}(k)^T \mathbf{A} \mathbf{X}(k)]} (r_{12}r_{10} - r_{11}r_{20}), \quad (34)$$

ただし,

$$\det[\mathbf{X}(k)^T \mathbf{A} \mathbf{X}(k)] = r_{00}r_{11}r_{22} + r_{01}r_{02}r_{12} + r_{01}r_{02}r_{12} - r_{00}r_{12}r_{12} - r_{01}r_{01}r_{22} - r_{02}r_{02}r_{11} \quad (35)$$

$$r_{ij} = \mathbf{x}(k-i)^T \mathbf{A} \mathbf{x}(k-j). \quad (36)$$

となる. 次に, $c_1(k)$, $c_2(k)$, および $\mathbf{u}(k)$ を

$$c_1(k) \equiv -\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{r_{22}r_{10} - r_{12}r_{20}}{r_{11}r_{22} - r_{12}r_{12}} \quad (37)$$

$$c_2(k) \equiv -\frac{\beta_3}{\beta_1} = \frac{r_{11}r_{20} - r_{12}r_{10}}{r_{11}r_{22} - r_{12}r_{12}} \quad (38)$$

$$\mathbf{u}(k) \equiv \mathbf{x}(k) - c_1(k)\mathbf{x}(k-1) - c_2(k)\mathbf{x}(k-2)$$

$$= [\mathbf{I} - \frac{r_{22}Q_{11} - r_{12}Q_{12}}{r_{11}r_{22} - r_{12}r_{12}} - \frac{r_{11}Q_{22} - r_{12}Q_{21}}{r_{11}r_{22} - r_{12}r_{12}}] \mathbf{x}(k), \quad (39)$$

と定義する. ここで,

$$Q_{ij} = \mathbf{x}(k-i)\{\mathbf{A}\mathbf{x}(k-j)\}^T \quad (40)$$

であり, $\mathbf{I}$ は単位行列である.

$$\mathbf{P}_{ES}(k) = \frac{\mathbf{A}}{R} [\mathbf{I} - \frac{r_{22}Q_{11} - r_{12}Q_{12}}{r_{11}r_{22} - r_{12}r_{12}} - \frac{r_{11}Q_{22} - r_{12}Q_{21}}{r_{11}r_{22} - r_{12}r_{12}}], \quad (41)$$

の場合には, 式 (28), (39), (41) を式 (27) に代入して,

$$\hat{\mathbf{h}}(k+1) = \hat{\mathbf{h}}(k) + \frac{\mathbf{A}\mathbf{u}(k)}{R + \mathbf{x}(k)^T \mathbf{A} \mathbf{u}(k)} e(k). \quad (42)$$

となる. 式 (42) は, ES 射影アルゴリズムの修正式において, 定数 μ を 1 とし, 右辺第 2 項の分母に R を加えたものになる.

さらに, $\mathbf{A} = \mathbf{I}$ とすれば, 従来の射影アルゴリズムが得られる.

式 (39) は, グラムシュミットの直交化の観点からも次のように説明できる. 直交ベクトル $\mathbf{v}_1(k)$, $\mathbf{v}_2(k)$, $\mathbf{v}_3(k)$ は

$$\mathbf{v}_1(k) \equiv \mathbf{x}(k-2) \quad (43)$$

$$\mathbf{v}_2(k) \equiv \mathbf{x}(k-1) - \frac{\mathbf{v}_1(k)^T \mathbf{x}(k-1)}{\mathbf{v}_1(k)^T \mathbf{v}_1(k)} \mathbf{v}_1(k) \quad (44)$$

$$\mathbf{v}_3(k) \equiv \mathbf{x}(k) - \frac{\mathbf{v}_1(k)^T \mathbf{x}(k)}{\mathbf{v}_1(k)^T \mathbf{v}_1(k)} \mathbf{v}_1(k) - \frac{\mathbf{v}_2(k)^T \mathbf{x}(k)}{\mathbf{v}_2(k)^T \mathbf{v}_2(k)} \mathbf{v}_2(k) = \mathbf{u}(k) \quad (45)$$

となる. 式 (45) の右辺第 2 項および第 3 項は, それぞれ, $\mathbf{x}(k)$ の $\mathbf{v}_1(k)$ および $\mathbf{v}_2(k)$ への射影を表している. したがって, $\mathbf{u}(k) [= \mathbf{v}_3(k)]$ は, $\mathbf{v}_1(k)$ と $\mathbf{v}_2(k)$ で張られる平面, すなわち, $\mathbf{x}(k-1)$ と $\mathbf{x}(k-2)$ で張られる平面に直交している. したがって, $\mathbf{x}(k)$ のうち $\mathbf{x}(k-1)$ および $\mathbf{x}(k-2)$ と相関のある成分は取り除かれている. その結果, $\mathbf{u}(k)$ は $\mathbf{x}(k-1)$ と $\mathbf{x}(k-2)$ に直交している.

式 (39) を考察すれば, $c_1(k)$ と $c_2(k)$ は線形予測フィルタ係数であり, $\mathbf{u}(k)$ は線形予測誤差ベクトルであるともみなすことができる.

このように、射影アルゴリズムにおいてフィルタ係数ベクトル $\hat{\mathbf{h}}(k)$ は、“白色化された”ベクトル $\mathbf{u}(k)$ の方向へ修正される。

次に、射影アルゴリズムの次数が $p = 1$ 次の場合には、

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{x}(k), \quad (46)$$

であり、このとき式(42)は、

$$\hat{\mathbf{h}}(k+1) = \hat{\mathbf{h}}(k) + \frac{\mathbf{A}\mathbf{x}(k)}{R + \mathbf{x}(k)^T \mathbf{A}\mathbf{x}(k)} \epsilon(k). \quad (47)$$

となる。式(47)は、ES-NLMS アルゴリズムの修正式において、 $\mu = 1$ 、 $\delta = R$ と置いた場合と一致する。また、式(47)は、式(27)、(28)において、 $\mathbf{P}_{ES}(k) = \mathbf{A}/R$ と置いても得ることができる。さらに、 $\mathbf{A} = \mathbf{I}$ とすれば、従来の NLMS アルゴリズムが得られる。

5. あとがき

筆者らが音響エコーキャンセラ用に先に提案した ES-NLMS アルゴリズム、ES 射影アルゴリズム、ES-RLS アルゴリズムは、インパルス応答が指数減衰し、これらのインパルス応答の変化分もまた同じ減衰率で指数減衰するという知見を反映させたものである。これらのアルゴリズムにより、従来の NLMS アルゴリズム、射影アルゴリズム、RLS アルゴリズムに比べて、収束速度を約 2 倍に改善できる。

本論文では、従来の適応アルゴリズムを、フィルタ係数ベクトルを求めるために、どの程度までさかのぼって過去の入出力関係を利用するかという点から分類した。そして、“ES family” アルゴリズムおよび従来の適応アルゴリズムの関係について整理した。そして、NLMS アルゴリズム、射影アルゴリズム、RLS アルゴリズムが 1 つのアルゴリズムファミリーであり、ES-NLMS アルゴリズム、ES 射影アルゴリズム、ES-RLS アルゴリズムがそれを拡張したものであることを示した。最後に、NLMS アルゴリズム、ES-NLMS アルゴリズム、射影アルゴリズム、ES 射影アルゴリズムおよび RLS アルゴリズムが、ES-RLS アルゴリズムを簡略化したものであるともみなすことができることを示した。

謝辞

日頃御指導頂く、北脇音声研究部長、小島グループリーダー、金田主幹研究員に深謝する。

参考文献

- [1] 野田 淳彦, 南雲 仁一, “システムの学習的同定法,” 計測と制御, vol. 7, no. 9, pp. 597-605 (1968).
- [2] 尾関 和彦, 梅田 哲夫, “アフィン部分空間への直交射影を用いた適応フィルタ・アルゴリズムとその諸性質,” 信学論 (A), vol. J67-A, no. 2, pp. 126-132 (1984.2).
- [3] 田中 雅史, 牧野 昭二, 金田 豊, “音声入力に対する射影法の次数と収束特性について,” 音講論集 1-4-14, pp. 489-490 (1992.10).

- [4] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 2nd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.
- [5] S. Makino, Y. Kaneda, and N. Koizumi, “Exponentially weighted stepsize NLMS adaptive filter based on the statistics of a room impulse response,” *IEEE Trans. Speech and Audio*, vol. 1, no. 1, pp. 101-108, Jan. 1993.
- [6] S. Makino and Y. Kaneda, “Exponentially weighted stepsize projection algorithm for acoustic echo cancellers,” *Trans. IEICE Japan*, vol. E75-A, no. 11, pp. 1500-1508, Nov. 1992.
- [7] S. Makino and Y. Kaneda, “A new RLS algorithm based on the variation characteristics of a room impulse response,” *Proc. ICASSP94*, pp. III373-III376, Apr. 1994.
- [8] M. Tanaka, Y. Kaneda, S. Makino, and J. Kojima, “Fast projection algorithm and its step size control,” *Proc. ICASSP95*, TA08.6, May 1995.
- [9] S. Gay and S. Tavathia, “The fast affine projection algorithm,” *Proc. ICASSP95*, RA04.1, May 1995.
- [10] M. Tanaka, Y. Kaneda, S. Makino, and J. Kojima, “A fast projection algorithm for adaptive filtering,” *Trans. IEICE Japan*, vol. E78-A, no. 10, pp. 1355-1361, Oct. 1995.
- [11] A. Benallal and A. Gilloire, “A new method to stabilize fast RLS algorithms based on a first-order model of the propagation of numerical errors,” *Proc. ICASSP88*, pp. 1373-1376, 1988.
- [12] D. Slock and T. Kailath, “Numerically stable fast transversal filters for recursive least squares adaptive filtering,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 39, no. 1, pp. 92-114, Jan. 1991.
- [13] 小島 順治, 牧野 昭二, 羽田 陽一, 島内 末廣, “高性能音響エコーキャンセラの開発,” NTT R&D, vol. 44, no. 1, pp. 39-44 (1995.1).
- [14] 金田 豊, “白色雑音入力時における RLS アルゴリズムと学習同定法の等価性について,” 信学全大, A-88, p. 1-88 (1992.9).
- [15] S. Makino, “Relationship between the ‘ES family’ algorithms and conventional adaptive algorithms,” *Proc. 4th IWAENC*, pp. 11-14, June 1995.